

La prova consta de tres parts: la primera no té diferents opcions, i les altres dues tenen dos possibles problemes, a contestar-ne un. En cas de contestar dos problemes d'una mateixa part, només s'avaluarà el primer. Vegeu la puntuació a cada exercici.

No es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació. Es poden usar regles i bolígrafs de colors (excepte vermell i verd).

**Part A.** Contestau tots els problemes d'aquesta part (total 4 pt).

**Problema A1.** — En una regió, la probabilitat que un dia determinat s'iniciï un incendi forestal depèn de l'estació de l'any: cada dia durant l'estiu aquesta probabilitat és de 0.09, a la tardor és de 0.05, a l'hivern és de 0.02, i a la primavera és de 0.08. Escollirem un dia a l'atzar i suposarem que la probabilitat que l'estació de l'any sigui una o una altra és la mateixa.

- a) Escollint un dia de l'any a l'atzar, quina és la probabilitat que s'iniciï un incendi forestal? (1 pt)
- b) Escollint un dia de l'any a l'atzar, considera els successos següents:  $A$ , s'inicia un incendi forestal aquest dia;  $B$ , aquest dia és de primavera. Són els successos  $A$  i  $B$  independents? (1 pt)

**Problema A2.** — En un estudi es va suggerir que el temps que cada jove d'una població dedica al dia a les xarxes socials segueix una distribució normal, de mitjana 116 minuts i desviació típica 42 minuts.

- a) Quina proporció de joves d'aquesta població dedica entre 100 i 200 minuts a les xarxes socials? (1 pt)
- b) En Joan és del 10% de joves que més temps dedica a les xarxes socials. Quants minuts hi dedica? (1 pt)



**Part B.** Contestau només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

**Problema B1.** — En una sala d'operacions podem dur a terme dos tipus d'operacions:

- Tipus A: Necessita 4 apòsits, 2 catèters, i té una durada de 0.5 hores.
- Tipus B: Necessita 6 apòsits, 1 catèter, i té una durada d'1 hora.

Necessitam fer almenys 10 operacions en total, i disposam només de 60 apòsits i 26 catèters. Quantes operacions de cada tipus hem de fer per maximitzar les hores d'ús de la sala d'operacions?

(3 pt)

**Problema B2.** — Per a qualsevol valor del paràmetre  $x$  podem trobar tres matrius,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , de mida  $3 \times 3$ , de manera que sempre se satisfan les igualtats següents:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ -2 & x & x \\ 0 & 6 & 2 \end{pmatrix}, \quad A \cdot B = \text{Id}, \quad B \cdot (C + C) = \text{Id}.$$

a) Per a quins valors del paràmetre  $x$ ,  $A \cdot A = \text{Id}$ ? (1 pt)

b) Determina  $C$  en funció de  $x$ . (2 pt)

**Part C.** Contestau només un problema d'aquesta part (total 3 pt).

**Problema C1.** — L'alçada mitjana a Espanya s'ha incrementat els darrers 200 anys per factors com l'alimentació i la salut. Fa 200 anys, l'alçada mitjana a Espanya era de 157 cm. Actualment és de 169 cm. Aproximarem l'alçada mitjana a Espanya amb la funció  $f(t)$ , en cm, següent:

$$f(t) = 169 + t \cdot m,$$

on  $m$  és una constant desconeguda i  $t$  és la variable que indica els anys que han passat des d'avui en dia. És a dir,  $f(0)$  representa l'alçada mitjana avui en dia, i  $f(-200)$  representa l'alçada mitjana fa 200 anys.

- a) Calcula el valor del paràmetre  $m$ . (1 pt)
- b) Segons la nostra funció  $f(t)$ , quina serà l'alçada mitjana d'aquí a 50 anys? (1 pt)
- c) Calcula  $f'(0)$ . Què representa aquest valor? (1 pt)

**Problema C2.** — Considera la funció  $f(x) = \ln(2x)$ , per a  $x \in (0, +\infty)$ .

- a) Fes una gràfica esquemàtica de la funció  $f(x)$ . Calcula o justifica, i indica sobre la gràfica el valor de la funció en els extrems del domini, els intervals de creixement i decreixement, i els màxims i mínims relatius i absoluts. (2 pt)
- b) Sobre la mateixa gràfica, traça la recta tangent a la funció en el punt  $x = 1$ . Quin és el valor del seu pendent? (1 pt)

|     | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.7 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.8 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |
| 3.9 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.0 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |
| 4.1 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 | 1.0000 |

Taula de la distribució normal  $\mathcal{N}(0,1)$ .