

Examen resolt i criteris específics de correcció

Examen resolt

1

a) L'expressió serví per demostrar la tercera llei de Kepler, perquè T^2/a^3 és essencialment constant quan la massa d'una estrella és molt més gran que les masses dels seus planetes ja que $M_{\text{estrella}} + M_{\text{planeta}} \approx M_{\text{estrella}}$ i això passa en el sistema solar on la massa del Sol és molt més gran que la dels planetes.

b) El quocient és

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(1.789 \cdot 10^{30} \text{ kg})} \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$$

c) El semieix gran de l'òrbita del planeta és

$$a = (0.45 \text{ ua} + 0.60 \text{ ua}) / 2 \Rightarrow a = 7.8539 \cdot 10^{10} \text{ m}.$$

Per tant:

$$\frac{T^2}{a^3} = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3} \Rightarrow T = 1.266 \cdot 10^7 \text{ s} \Rightarrow T = 0.401 \text{ a}$$

d) El període orbital del planeta és

$$T = 3.2357 \text{ d} = 193164 \text{ s}, \frac{T^2}{a^3} = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3} \Rightarrow a = 0.0413 \text{ ua}$$

2

a) Les dues càrregues són positives i iguals perquè el camp elèctric total és vertical cap a dalt.

$$q_1 = q_2 = q > 0$$

El camp elèctric en el punt A a causa d'una càrrega q en qualsevol dels vèrtexs de la base del triangle forma un angle de 30° amb la vertical. Per tant, la suma de les components verticals que ha de donar 20.7 kN/C és

$$E = 2 \times K \frac{q}{(0.08 \text{ m})^2} \cos(30^\circ) = 20.7 \frac{\text{kN}}{\text{C}} \Rightarrow q = 8.50 \text{ nC}$$

b) Els potencials en els punts B i A quan $q_1 = q_2 = 20 \text{ nC}$ són

$$V(B) = K \frac{q}{0.03 \text{ m}} + K \frac{q}{0.05 \text{ m}} = 9600 \text{ V},$$

$$V(A) = 2 \times K \frac{q}{0.08 \text{ m}} = 4500 \text{ V}.$$

Per tant,

$$V(B) - V(A) = 5100 \text{ V}$$

c1) El signe de q_2 ha de ser el mateix que el de q_1 perquè el camp elèctric sigui nul en el punt B. El valor de q_2 es determina igualant els mòduls dels seus camps en aquest punt.

$$K \frac{18 \text{ nC}}{(0.03 \text{ m})^2} = K \frac{q_2}{(0.05 \text{ m})^2} \Rightarrow q_2 = 50 \text{ nC}$$

c2) El camp en el punt A serà paral·lel a la base del triangle si les components perpendiculars a la base dels camps creats per q_1 i q_2 s'anul·len. Per això, aquestes components han de tenir el mateix mòdul i tenir sentits contraris. Com que la distància de les càrregues al punt A és la mateixa, les càrregues han de ser iguals i de sentit contrari:

$$q_2 / q_1 = -1$$

3

a) La força magnètica per unitat de longitud és

$$\frac{F}{L} = \mu_0 \frac{I_1 I_3}{2\pi d} = \mu_0 \frac{9 \text{ A } 4 \text{ A}}{2\pi 0.010 \text{ m}} \Rightarrow F/L = 72 \times 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Els corrents I_1 i I_3 tenen el mateix sentit. Per tant, els fils s'atreuen. La força del fil 1 sobre el fil 3 és

$$\text{horitzontal, cap a l'esquerra: } \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{F} \leftarrow \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}$$

b) Les forces entre els fils 1 i 2 i entre els fils 3 i 2 són atractives si I_2 va cap a dalt o repulsives si I_2 va cap a baix. Les dues forces tendran sentits contraris en els dos casos i els seus mòduls s'han de restar. Suposant que I_2 va cap a baix i que una força cap a la dreta és positiva es té:

$$\frac{F}{L} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d_{12}} - \mu_0 \frac{I_3 I_2}{2\pi d_{32}} = 0.7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow I_2 = 7 \text{ A}$$

c1) La força magnètica sobre les partícules és la força de Lorentz: $\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

La direcció del camp magnètic en els quatre punts és perpendicular al pla del dibuix. La velocitat de les partícules que passen per P_3 i P_4 és paral·lela al camp magnètic i el producte vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ és zero:

$$F_3 = 0 \quad F_4 = 0$$

La intensitat del camp magnètic en els punts P_1 i P_2 , suposant que un valor positiu correspon a un camp orientat cap a fora del pla del dibuix, és

$$B = -\mu_0 \frac{I}{2\pi 3 \text{ mm}} + \mu_0 \frac{I}{2\pi 3 \text{ mm}} + \mu_0 \frac{I}{2\pi 7 \text{ mm}} \Rightarrow B = 571.4 \mu\text{T} \uparrow$$

El mòdul de la força magnètica de les partícules que es mouen a 50 km/s amb càrregues elèctriques de 36 nC és

$$F = q v B = 1.03 \mu\text{N}.$$

El producte vectorial $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ de la partícula en el punt 1 indica cap a dalt. Per tant,

$$F_1 = 1.03 \mu\text{N} \uparrow \quad F_2 = 1.03 \mu\text{N} \downarrow$$

c2)

Quan el camp magnètic és paral·lel al pla de l'espira, el flux de camp magnètic és nul i $fem = 0$

Quan el camp magnètic $B(t) = 60 \cdot 10^{-3} \cos(70 t + 0.8) \text{ T}$ és perpendicular al pla de l'espira d'àrea $A = \pi (5 \cdot 10^{-3})^2 \text{ m}^2$, el flux és $\phi(t) = A B(t)$. Per tant,

$$fem(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} = A 70 \times 60 \cdot 10^{-3} \sin(70 t + 0.8), \quad fem(0.1 \text{ s}) = 329 \mu\text{V}$$

4

a) El raig incideix amb un angle de 40° i l'angle de refracció és de 35° . L'índex de refracció del segon prisma es determina amb la llei de Snell.

$$1.68 \sin(40^\circ) = n_2 \sin(35^\circ) \Rightarrow n_2 = 1.883 \Rightarrow n_2 = 1.88$$

b) La refracció total d'un raig es pot donar quan el raig prové d'un medi amb l'índex de refracció més gran. El prisma 1 té un índex de refracció 1.68 i el prisma 2, 1.77. Per tant,

El raig ha d'entrar pel prisma 2

L'angle límit és

$$1.77 \sin(\theta_{\text{lim}}) = 1.68 \sin(90^\circ) \Rightarrow \theta_{\text{lim}} = 71.65^\circ \rightarrow \theta_{\text{lim}} = 71.7^\circ$$

c1) La velocitat de la llum en un medi d'índex de refracció n és c/n .

$$t = \frac{R}{c/n_2} = \frac{3.5 \text{ cm}}{c/n_1} \Rightarrow R = 3.5 \text{ cm} \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow R = 3.79 \text{ cm}$$

c2) L'índex de refracció decreix quan λ augmenta. Com que $\lambda_v > \lambda_b$, es tindrà $n_{2v} < n_{2b}$. Així, per al mateix angle d'incidència, la llei de Snell dona que $\theta_{2v} > \theta_{2b}$.

Si es calculen explícitament els angles θ_2 per a $\theta_1 = 45^\circ$, s'ha de determinar

$$n_{2v} = 1.83 \rightarrow 1.468 \sin(45^\circ) = 1.83 \sin(\theta_{2v}) \Rightarrow \theta_{2v} = 34.5^\circ$$

$$n_{2b} = 1.86 \rightarrow 1.468 \sin(45^\circ) = 1.86 \sin(\theta_{2b}) \Rightarrow \theta_{2b} = 34.0^\circ$$

L'angle del raig vermell amb la perpendicular al pla d'incidència és més gran que l'angle del raig blau:

El raig vermell queda a la part b

5

a) El període de semidesintegració del carboni-14 és $\lambda = \ln(2) / T_{1/2}$.

Les 8275 i 8310 desintegracions per dia de la mostra són 344.79 i 346.25 desintegracions per hora.

Els temps que han de passar perquè una mostra que dona 371 desintegracions per hora doni 344.79 i 346.25 desintegracions per hora són:

$$A(t) = A_0 \exp(-\lambda t),$$

$$344.79 = 371 \exp(-\lambda t_1) \Rightarrow t_1 = 605 \text{ a},$$

$$346.25 = 371 \exp(-\lambda t_2) \Rightarrow t_2 = 571 \text{ a}.$$

Com que les mesures es varen fer l'any 2009, el pergami es fabricà entre els anys

$$2009 - 605 = 1404$$

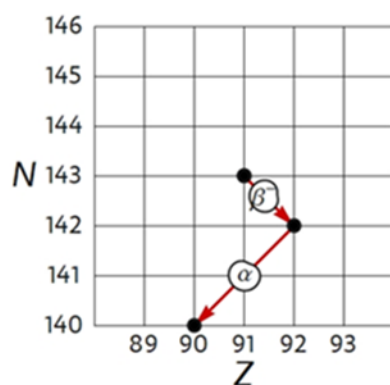
$$2009 - 571 = 1438$$

El pergami es fabricà després de la mort de Bacon (ca. 1292), de manera que Roger Bacon no pot ser l'autor del manuscrit.

Per verificar que Bacon no pot ser l'autor, bastaria calcular la datació amb el número de desintegracions més petit, perquè l'altra datació serà posterior.

Calcular la datació amb el valor mitjà de les desintegracions de la mostra es valora com a correcte perquè es mostra que se sap fer el càlcul i el raonament, encara que, en general, la resposta no seria concloent.

b1)



b2) La relació entre l'energia cinètica màxima dels electrons emesos per efecte fotoelèctric i la funció de treball del metall és

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = h \frac{c}{\lambda} - W \Rightarrow W = 4.70 \text{ eV}$$

Segons la taula de funcions de treball, el material de la placa és coure.

Criteris específics de correcció

- 1a) ESCRIU que $M + M_p$ serà quasi igual a M (+0.5). Per tant, T^2/a^3 és essencialment constant (+0.1).
- 1b) Obté $T^2/a^3 = 3.31 \cdot 10^{-19} \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$ (+0.4).
- 1c) ESCRIU $a = (0.45 \text{ ua} + 0.60 \text{ ua})/2$ (+0.3). Obté $T = 0.40 \text{ a}$ (+0.3).
Si, incorrectament, escriu que $a = (0.45 \text{ ua} + 0.60 \text{ ua})$ i obté $T = 1.13 \text{ ua}$ (+0.3).
- 1d) ESCRIU $(3.2357 \text{ d})^2/a^3 = (\text{el valor obtingut a 1b})$ (+0.2). Obté $a = 0.04 \text{ ua}$ (+0.2).
- 2a) Determina que les dues càrregues tenen el mateix signe (+0.15) i el mateix valor, encara que sigui incorrecte (+0.15). ESCRIU o dibuixa que els dos camps formen una V o escriu l'equació vectorial del camp amb $r = 8 \text{ cm}$ (+0.2).
Obté $q_1 = q_2 = 8.50 \text{ nC}$ (+0.2).
- 2b) ESCRIU que el potencial en un punt és la suma dels potencials de les dues càrregues (+0.2). Obté $V(A) = 4500 \text{ V}$ (+0.25). Obté $V(B) = 9600 \text{ V}$ (+0.25).
- 2c1) ESCRIU l'equació $K 18 \text{ nC} / (0.03 \text{ m})^2 = K q_2 / (0.05 \text{ m})^2$ (+0.3).
Obté $q_2 = 50 \text{ nC}$ (+0.3).
- 2c2) Es veu que sap que les càrregues han de tenir signes contraris, calculi o no el quocient (+0.3). Obté per càlcul o respon justificadament que $q_2/q_1 = -1$ (+0.3).
- 3a) Respon $F/L = 0.72 \text{ mN/m}$ (+0.3), escriu o dibuixa que la força és horitzontal en el pla dels fils (+0.2) i que va cap l'esquerra (+0.2).
- 3b) Resta les forces i usa les expressions correctes amb les distàncies 6 mm i 4 mm (+0.4). Obté $I_2 = 7 \text{ A}$ (+0.4). Si, incorrectament, ha sumat els camps i obté $I_2 = 1.4 \text{ A}$ (+0.4).
- 3c1) Determina $F_1 = 1.03 \text{ mN}$ cap a dalt (+0.3) i $F_2 = 1.03 \text{ mN}$ cap a baix (+0.3). Respon justificadament que $F_3 = 0$ (+0.2) i $F_4 = 0$ (+0.2).
- 3c2) Respon que $fem = 0$ quan el pla de l'espira és paral·lel al camp perquè el flux de camp magnètic és zero (+0.4).
Quan el camp és perpendicular al pla de l'espira: Calcula l'àrea de l'espira i obté $A = 78.54 \text{ mm}^2$ (+0.1), que és $A = 7.584 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ (+0.1). ESCRIU que el flux és el producte de l'àrea per $B(t)$ (+0.1). Obté $fem = 329 \text{ } \mu\text{V}$ (+0.3).

- 4a) Identifica $\theta_1 = 40^\circ$ i $\theta_2 = 35^\circ$ (+0.35). Obté $n_2 = 1.88$ (+0.35).
Si, incorrectament, escriu $\theta_1 = 50^\circ$ i $\theta_2 = 55^\circ$, i obté $n_2 = 1.57$ (+0.35).
- 4b) Calcula i obté $\theta_{\text{limit}} = 71.6^\circ$ (+0.35). Respon que el raig entra pel prisma 2 perquè té l'índex de refracció més gran o equivalent (+0.35).
- 4c1) Escriu que la velocitat de la llum és c/n (+0.2). Escriu que $3.5 \text{ cm} / v_1 = R / v_2$ o equivalent (+0.2). Respon que $R = 3.79 \text{ cm}$ (+0.2).
- 4c2) Identifica $\lambda(\text{vermell}) > \lambda(\text{blau})$ (+0.15). Raona que $n_v < n_b$ o calcula $n_v = 1.82$ i $n_b = 1.86$ (+0.15). Raona que $\theta_{2v} > \theta_{2b}$ o calcula $\theta_{2v} = 34.5^\circ$ i $\theta_{2b} = 34.0^\circ$ (+0.15). Respon que el raig vermell queda a la part b (+0.15).
- 5a) Escriu l'equació $A(t) = A(0) \exp(-\lambda t)$ amb $\lambda = 1.2097 \cdot 10^{-4} \text{ a}^{-1}$ (+0.2). Determina l'antiguitat del pergami (+0.6). Raona que Roger Bacon no pot ser l'autor del manuscrit (+0.2).
- 5b1) Dibuixa la fletxa que representa la desintegració β^- (+0.25). Dibuixa la fletxa que representa la desintegració α des del punt final de la desintegració β^- que hagi dibuixat, encara que aquest punt final sigui incorrecte (+0.25).
- 5b2) Escriu l'equació $m v^2 / 2 = h c / \lambda - W$ (+0.2). Respon que $W = 4.70 \text{ eV}$ (+0.2) i que el material de la placa és coure (+0.1).