

1

a) Enunciat de la segona llei de Kepler:

El segment recte que va del Sol a un planeta
escombra àrees iguals en intervals de temps iguals

b) Per la tercera llei de Kepler, T^2/a^3 és constant. El semieix major de l'òrbita de Tebe és

$$a = (217\,995 + 225\,805)/2 \text{ km} = 221\,900 \text{ km}.$$

Llavors,

$$\frac{T_T^2}{(221\,900 \text{ km})^3} = \frac{(42.5 \text{ h})^2}{(421\,800 \text{ km})^3} \Rightarrow T_T = 16.2 \text{ h}$$

c) Per la conservació del moment angular.

$$m r_a v_a = m r_p v_p \Rightarrow \frac{v_a}{v_p} = \frac{r_p}{r_a} \Rightarrow \frac{v_a}{v_p} = 0.965$$

2

a) En una òrbita circular d'altura h , al voltant d'un astre de massa M i radi R , l'acceleració centrípeta de la sonda és igual a l'acceleració gravitatòria,

$$\frac{v^2}{R+h} = G \frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{R+h}}$$

b) La velocitat orbital de la sonda és

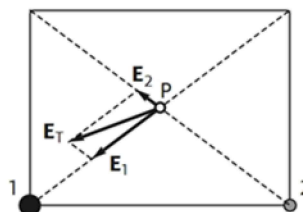
$$v = \sqrt{G \frac{1.48 \cdot 10^{23} \text{ kg}}{(2630 + 500) \text{ km}}} \Rightarrow v = 1.78 \text{ km/s}$$

c) L'energia cinètica de la sonda és

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(G \frac{M}{R+h} \right) = -\frac{1}{2} \left(-G \frac{m M}{R+h} \right) \Rightarrow E_c = -\frac{1}{2} E_p \Rightarrow E_c = 4.8 \cdot 10^9 \text{ J}$$

3

a) El camp E_1 atractiu és de més intensitat que el camp E_2 repulsiu. La suma gràfica es mostra a la figura. El camp elèctric en el punt P tendrà la direcció de la fletxa número 4.



b) El camp elèctric en el punt A és la suma dels camps de cada càrrega

$$\mathbf{E}(A) = K \frac{q_1}{r_1^2} \hat{\mathbf{r}}_1 + K \frac{q_2}{r_2^2} \hat{\mathbf{r}}_2 = (-1080, -10440) \text{ N/C} \Rightarrow E(A) = 10496 \text{ N/C}.$$

La força sobre un electró en el punt A val

$$F = e E(A) \Rightarrow F = 1.68 \times 10^{-15} \text{ N}$$

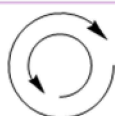
c) El potencial elèctric en el punt B val

$$V(B) = K \frac{-18 \text{ nC}}{\sqrt{0.16^2 + 0.12^2} \text{ m}} + K \frac{6 \text{ nC}}{0.12 \text{ m}} \Rightarrow V(B) = -360 \text{ V}$$

4

a) El sentit del camp està determinat pel sentit del corrent a l'espira petita. Per la regla de la mà dreta, el corrent a l'espira petita va en sentit antihorari i, a l'espira gran, en sentit horari.

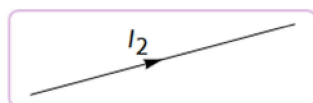
Sentits dels corrents:



b) La intensitat a les espirals s'obté a partir del camp donat a l'enunciat

$$B_e = \frac{\mu_0 I_1}{2 \times 0.03} - \frac{\mu_0 I_1}{2 \times 0.05} = 151 \times 10^{-6} \Rightarrow I_1 = 18.0 \text{ A}$$

c) El camp a causa de I_2 ha d'anar cap a dins del pla. Per la regla de la mà dreta, el corrent anirà cap a la dreta.



La intensitat del corrent s'obté igualant el camp del fil recte infinit al valor de B_e ,

$$\frac{\mu_0 I_2}{2 \pi 0.11} = 151 \times 10^{-6} \Rightarrow I_2 = 83.0 \text{ A}$$

5

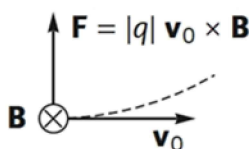
a) La força centrípeta és igual a la força de Lorentz,

$$m \frac{v^2}{R} = |q_b| v B \Rightarrow |q_b| = \frac{m v}{R B} = \frac{7 \mu\text{g} \cdot 6 \text{ km/s}}{60 \text{ cm} \cdot 35 \text{ T}} \Rightarrow |q_b| = 2 \mu\text{C}$$

b) A l'apartat anterior, s'ha determinat que $|q| = m v / (R B)$.

La partícula a té la càrrega més gran en valor absolut perquè la seva trajectòria té el radi més petit

c) La força de Lorentz sobre una partícula de càrrega positiva va cap a dalt i la trajectòria es corba en aquest sentit com mostra la figura.


Per tant, $q_a > 0$ $q_b < 0$

d) El temps que tarda la partícula a per completar una volta és

$$T_a = \frac{2 \pi R_a}{v} = \frac{2 \pi R_a}{R_a |q_a| B / m} = \frac{2 \pi m}{|q_a| B} = 0.433 \text{ ms},$$

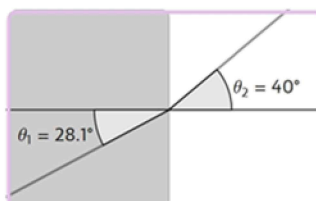
i el temps per fer tres mil voltes serà $3000 T_a$.

$$t(3000 \text{ voltes}) = 1.3 \text{ s}$$

6

a) S'aplica la llei de Snell

$$1.5 \sin(\theta_1) = 1.1 \sin(40^\circ) \Rightarrow \theta_1 = 28.1^\circ$$

b) Els angles d'incidència i refracció, θ_1 i θ_2 respectivament, es mostren a la figura.

c) La velocitat dins el medi és $v = c / n$. L'espai recorregut pel raig és

$$e = v t = 1.5 c \cdot 2 \mu\text{s} \Rightarrow e = 400 \text{ m}$$

d) Només hi pot haver reflexió total del raig quan va del medi d'índex de refracció 1.5 cap al medi d'índex de refracció 1.1. L'angle límit és

$$\theta_l = \arcsin(1.1/1.5) = 47.2^\circ.$$

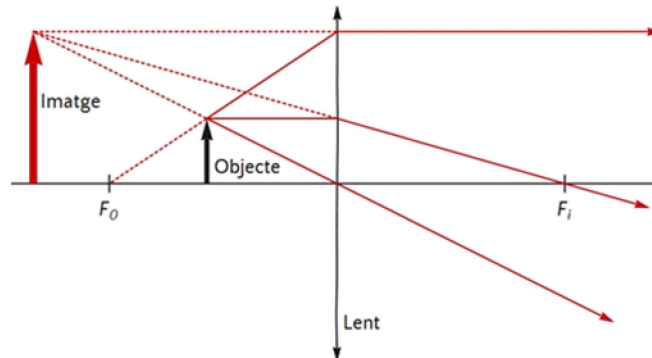
i) No perquè $\theta_1 < \theta_{\text{límit}}$

ii) No perquè $1.1 < 1.5$

iii) Sí perquè $\theta_1 > \theta_{\text{límit}}$

7

a) Traçat dels raigs.



b) S'usa el criteri de signes DIN amb l'equació de Descartes.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-200 \text{ mm}} = \frac{1}{350 \text{ mm}} \Rightarrow s' = -466.7 \text{ mm},$$

$$y' = \frac{s'}{s} 3 \text{ mm} \Rightarrow y' = 7.0 \text{ mm}$$

8

a) Si la velocitat de propagació és el doble que la velocitat màxima de vibració de les partícules de l'ona, es tindrà

$$v_p = 2 v_y \Rightarrow \frac{\omega}{k} = 2 A \omega \Rightarrow k = \frac{1}{2 A} = \frac{1}{2 \times 0.08 \text{ m}} \Rightarrow k = 6.25 \text{ m}^{-1}$$

b) En el cas $k = 0.4 \text{ cm}^{-1}$, $\omega = 0.7 \text{ rad/s}$ i $\delta = \pi/4$, s'ha de calcular

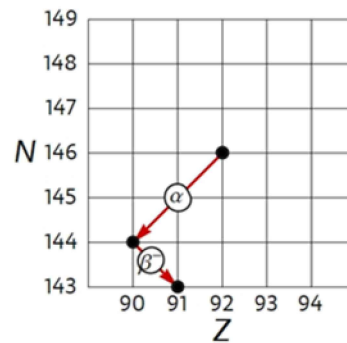
$$v_y = \frac{dy}{dt} = +A \omega \sin(kx - \omega t + \delta) \xrightarrow{x=7 \text{ cm}, t=6 \text{ s}} v_y = 1.51 \text{ cm/s}$$

c) La pertorbació és màxima a $x = 7 \text{ cm}$ quan el cosinus val 1 i l'argument 0:

$$0.4 \times 7 - 0.7 t + \frac{\pi}{4} = 0 \Rightarrow t = 5.12 \text{ s}$$

9

a) Representació d'una desintegració α seguida d'una desintegració β^- .



b) Com que $1/8 = 1/2^3$, han de passar 3 semivides:

$$t = 17190 \text{ a}$$

c) La fusta actual donarà $140 \times 24 = 3360$ desintegracions per dia. En el formulari hi ha l'expressió per calcular λ a partir de la semivida. La llei de desintegració dona

$$2200 = 3360 \exp(-\lambda t)$$

on t és l'antiguitat de la fusta de l'objecte. Aïllant t es determina:

$$\text{antiguitat} = 3500 \text{ a}$$