

1

a) El radi de la Lluna és de 1738 km. La gravetat

$$g = 1.625 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = G \frac{M_{\text{Lluna}}}{(1738 \times 10^3 \text{ m})^2} \Rightarrow M_{\text{Lluna}} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

b) L'equació de conservació de l'energia amb la massa de la sonda simplificada és

$$\frac{1}{2} \left(7.9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \right)^2 - G \frac{5 \times 10^{22} \text{ kg}}{(1738 + 8700) \text{ km}} = \frac{1}{2} v_2^2 - G \frac{5 \times 10^{22} \text{ kg}}{1738 \text{ km}}$$

La velocitat de la sonda és $v_2 = 8.10 \text{ km/s}$

2

a) Enunciat de la segona llei de Kepler:

El segment recte que va del Sol a un planeta
escombra àrees iguals en intervals de temps iguals

b) Per la tercera llei de Kepler, T^2/a^3 és constant. Igualant aquesta fracció per a Metis a la fracció amb les dades d'Io resulta

$$\frac{T_M^2}{(128\,000 \text{ km})^3} = \frac{(42.5 \text{ h})^2}{(421\,800 \text{ km})^3} \Rightarrow T_M = 7.07 \text{ h}$$

c) La velocitat orbital d'Io és

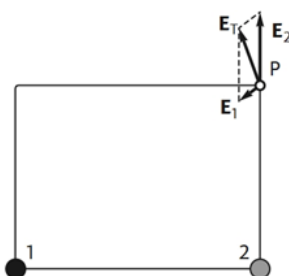
$$v_o = \frac{2\pi \cdot 421\,800 \text{ km}}{42.3 \text{ h}}$$

Si Io s'allunyés radialment amb aquesta velocitat, ho faria amb una energia mecànica negativa i no escaparia de Júpiter.

$$E_m = \frac{1}{2} m_{\text{Io}} v^2 - G \frac{m_{\text{Io}} M_J}{r} = -1.49 \cdot 10^8 m_{\text{Io}} < 0 \Rightarrow \text{No escaparia de Júpiter}$$

3

- a) El camp E_1 atractiu és de menor intensitat que el camp E_2 repulsiu. La suma gràfica es mostra a la figura. El camp elèctric en el punt P tendrà la direcció de la fletxa número 3.



- b) El camp elèctric en el punt B és la suma dels camps de cada càrrega

$$\mathbf{E}(B) = K \frac{q_1}{r_1^2} \hat{\mathbf{r}}_1 + K \frac{q_2}{r_2^2} \hat{\mathbf{r}}_2 = (-360, -980) \text{ N/C} \Rightarrow E(P) = 1044 \text{ N/C}$$

- c) El potencial elèctric en el punt B val

$$V(B) = K \frac{-8 \text{ nC}}{0.24 \text{ m}} + K \frac{8 \text{ nC}}{\sqrt{0.24^2 + 0.32^2} \text{ m}} = -120 \text{ V.}$$

El potencial elèctric en el punt D val zero perquè el punt està a la mateixa distància de les dues càrregues. Llavors

$$V(B) - V(D) = -120 \text{ V}$$

4

- a) Els dos primers fils causen camps magnètics en el punt C sortint perpendicularment al pla del paper. La suma val

$$\mathbf{B}_1(C) + \mathbf{B}_2(C) = \frac{\mu_0 18 \text{ A}}{2\pi (6 \times 10^{-3} \text{ m})} + \frac{\mu_0 8 \text{ A}}{2\pi (4 \times 10^{-3} \text{ m})} = 1 \text{ mT}$$

Com que el camp total és menor, el camp a causa del tercer fil ha de ser entrant en el pla del paper. Per la regla de la mà dreta:

El corrent en el tercer fil ha de ser cap avall

La intensitat I_3 ha de valer

$$\mathbf{B}_3(C) = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi (7 \times 10^{-3} \text{ m})} = 1 \text{ mT} - 0.8 \text{ mT} \Rightarrow I_3 = 7 \text{ A} \downarrow$$

- b) Per la regla de la mà dreta, el corrent a l'espira circular ha de tenir

sentit horari

La intensitat ha de valer

$$\frac{\mu_0 I_e}{2 (3 \times 10^{-3} \text{ m})} = 0.8 \text{ mT} \Rightarrow I_e = 3.82 \text{ A} \curvearrowright$$

5

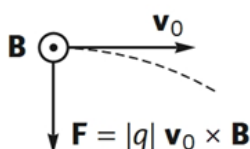
a) La força centrípeta és igual a la força de Lorentz,

$$m \frac{v^2}{R} = |q_a| v B \Rightarrow |q_a| = \frac{m v}{R B} = \frac{2 \mu\text{g} \cdot 3 \text{ km/s}}{64 \text{ cm} \cdot 15 \text{ T}} \Rightarrow |q_a| = 625 \text{ nC}$$

b) A partir de $|q| = m v / (R B)$ es veu que com més petit és R més gran és $|q|$. La partícula a té la trajectòria amb el radi més petit, llavors

La partícula a té la càrrega més gran en valor absolut

c) La força de Lorentz sobre una partícula de càrrega positiva va cap a baix i la trajectòria es corba en aquest sentit com mostra la figura següent.



Per tant,

$$q_a < 0 \quad q_b < 0 \quad q_c > 0$$

d) El temps per completar una volta és

$$T = \frac{2 \pi R}{v}$$

El radi de la trajectòria és

$$m \frac{v^2}{R} = |q| v B \Rightarrow R = \frac{m v}{|q| B} = 80 \text{ cm}$$

Llavors, el nombre de voltes completes és

$$n = \frac{60 \text{ ms}}{T} = 35.8 \Rightarrow n = 35$$

6

a) S'usa el criteri de signes DIN. L'equació de Descartes dona

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-4.2 \text{ m}} = \frac{1}{+0.120 \text{ m}} \Rightarrow s' = 0.1235 \text{ m} \Rightarrow M_t = \frac{s'}{s} = -0.0294$$

Llavors, l'àrea de la imatge del quadre és

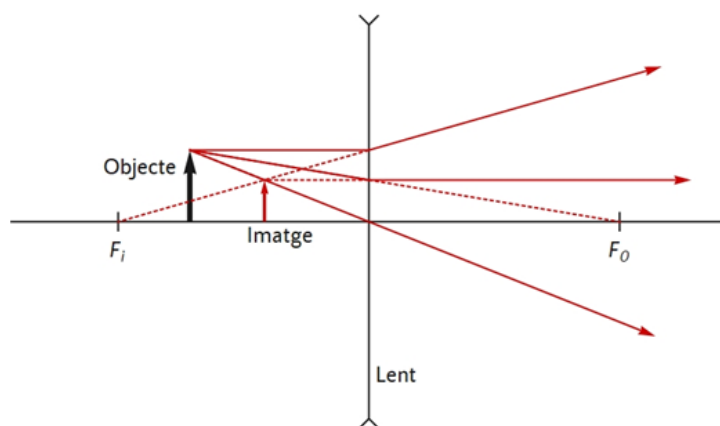
$$\text{àrea imatge} = (M_t \cdot 49 \text{ cm}) (M_t \cdot 62 \text{ cm}) \Rightarrow \text{àrea imatge} = 2.63 \text{ cm}^2$$

b) Una lupa és una lent convergent de distància focal curta.

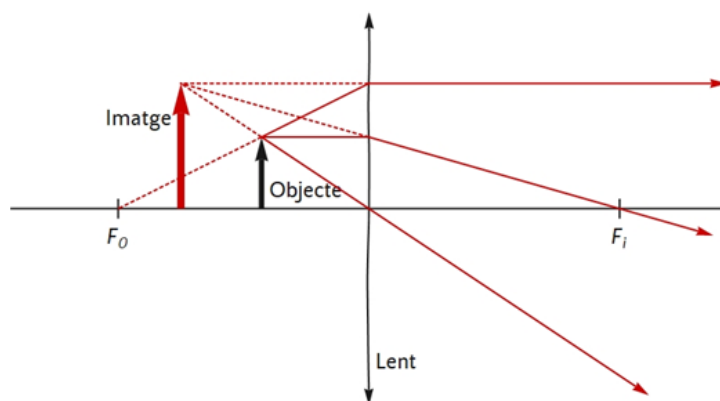
L'objecte s'ha de posar entre la lent i el punt focal objecte.

7

a)



b)



8

a) A partir de l'equació d'ona,

$$k_1 = 4.2 \text{ m}^{-1}, \omega_1 = 1.8 \text{ rad/s} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = 1.50 \text{ m} \quad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 3.49 \text{ s}$$

b) La velocitat de propagació de les dues ones ha de ser la mateixa. Llavors,

$$v_{2p} = v_{1p} \Rightarrow \frac{\omega_2}{k_2} = \frac{\omega_1}{k_1} \Rightarrow \omega_2 = 0.3 \text{ rad/s}$$

c) La velocitat transversal màxima de les dues ones ha de ser la mateixa. Llavors,

$$v_{2t} = v_{1t} \Rightarrow A_2 \omega_2 = A_1 \omega_1 \Rightarrow 16 \omega_2 = 8 \times 1.8 \Rightarrow \omega_2 = 0.9 \text{ rad/s}$$

d) L'amplitud és màxima quan el sinus val 1. A $t = 0$,

$$4.2 x_1 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 0.187 \text{ m}$$

$$4.2 x_2 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2\pi \Rightarrow x_2 = 1.68 \text{ m} \text{ Igual a } x_1 + \lambda$$

$$4.2 x_3 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 4\pi \Rightarrow x_3 = 3.18 \text{ m} \text{ Igual a } x_1 + 2\lambda$$

9

a) El treball d'extracció W es determinarà amb l'equació de l'efecte fotoelèctric

$$\frac{1}{2} m_e v_{\max}^2 = h \frac{c}{\lambda} - W \Rightarrow W = 3.59 \text{ eV}$$

b) Amb llum monocromàtica de freqüència llindar, $v_{\max}$ val zero

$$h v_{\text{llindar}} - W = 0 \Rightarrow v_{\text{llindar}} = 8.67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

L'emissió fotoelèctrica es produirà si la llum monocromàtica té una freqüència més alta

$$v > v_{\text{llindar}} \Rightarrow \text{Emissió}$$

c) La freqüència llinda correspon a una longitud d'ona de 346 nm. Llavors, hi ha emissió si $\lambda < 346 \text{ nm}$:

$$330 \text{ nm}, 340 \text{ nm} \Rightarrow \text{Emissió} \quad 350 \text{ nm}, 360 \text{ nm} \Rightarrow \text{No emissió}$$